**به نام خدا**

**تمرين شماره ۱ درس ساختمان داده‌ها و الگوريتم‌ها**

**چمران معینی**

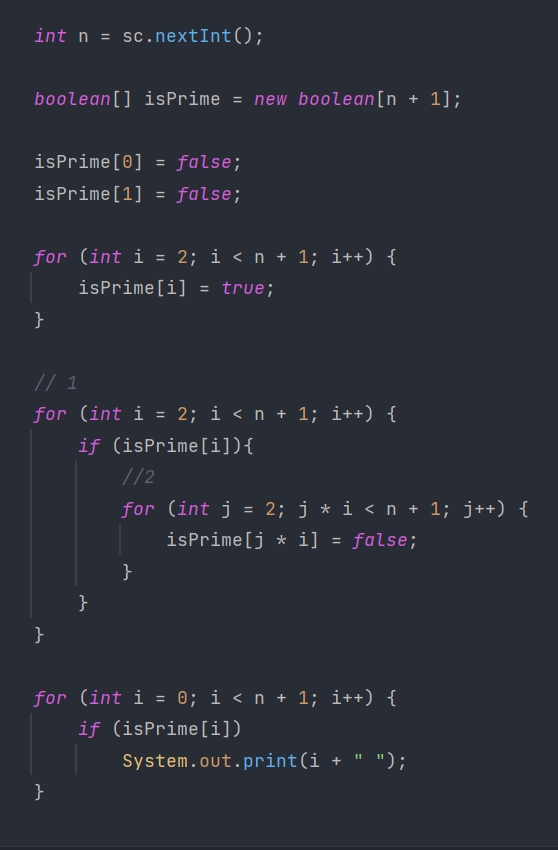
**۹۹۳۱۰۵۳**



الگوریتم غربال اراتستن، برای پیدا کردنِ اعداد اول ۱ تا n استفاده می‌شود.

در این روش، ابتدا یک را حذف می‌کنیم. سپس دو رو علامت می‌زنیم و بعد تمام اعداد تا n را که مضرب ۲ هستند را خط می‌زنیم. سپس عدد بعدی سه را علامت می‌زنیم و سپس تمام اعداد تا n که مضرب ۳ هستند را خط می‌زنیم. عدد بعدی چهار است که خط زده شده، پس سراغ پنج می‌رویم، مثل قبل آن‌را علامت می‌زنیم و مضرب‌هایش را خط می‌زنیم.

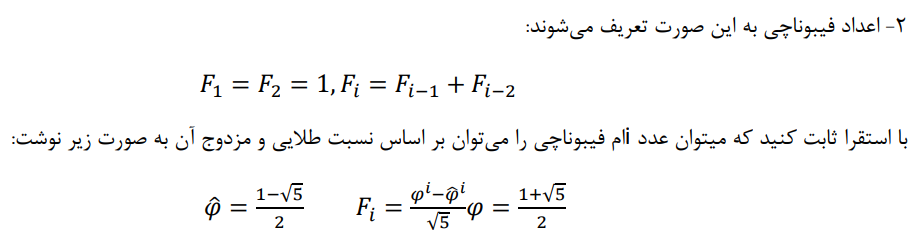
برای تحلیل زمانی این الگوریتم، ابتدا کد آن را می‌نویسیم:

****هنگامی که حلقه‌ی اول اجرا می‌شود، از اعداد غیراول می‌گذرد، اما اگر عدد اول باشد، حلقه‌ی دوم اجرا می‌شود که دفعات تکرار آن، بستگی به n دارد و به این صورت است:

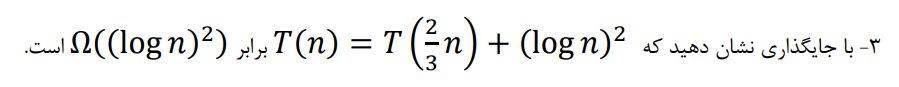
مشخص است که j اعداد اول خواهد بود، پس:

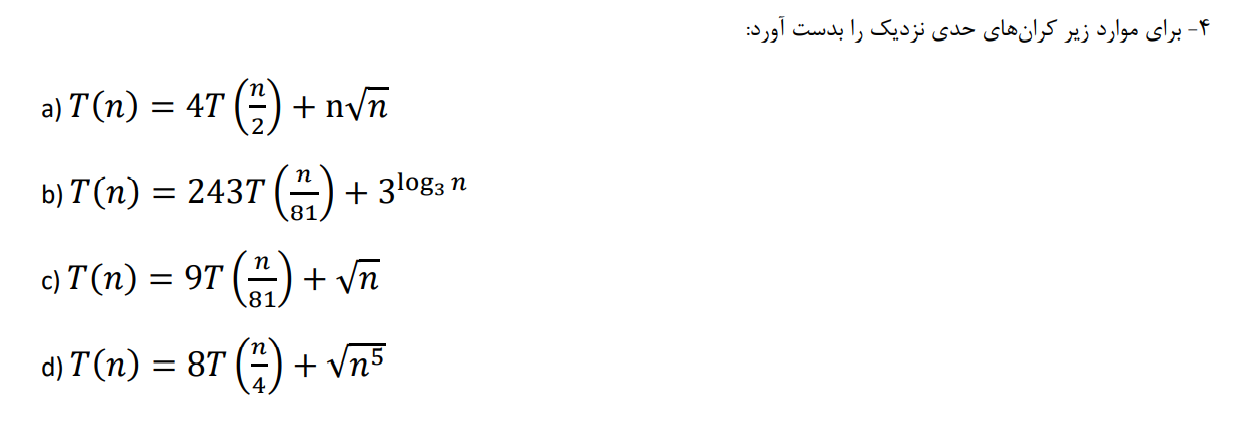
قابل اثبات است که:

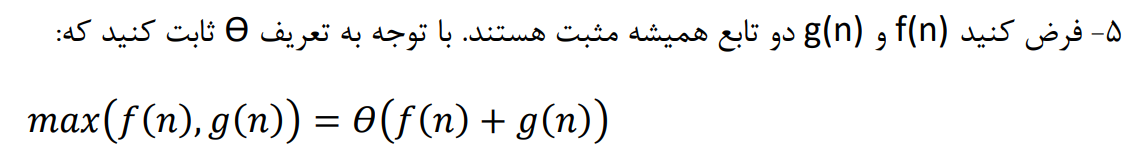
در نتیجه خواهیم داشت:

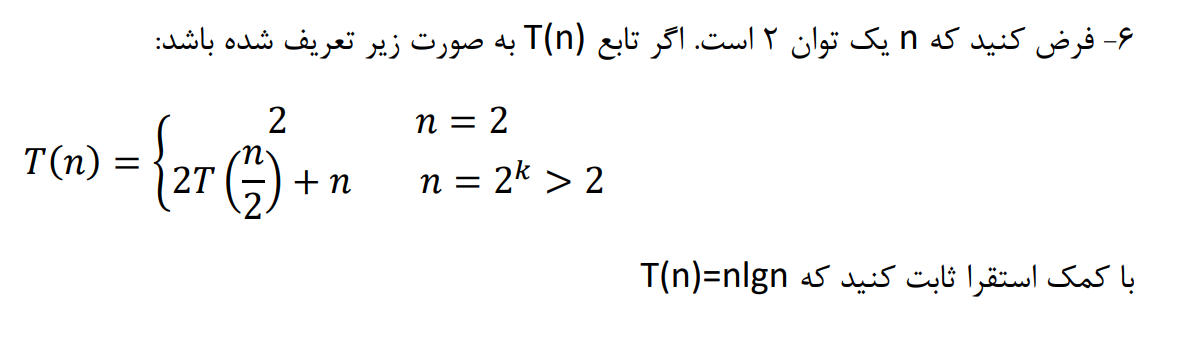
****

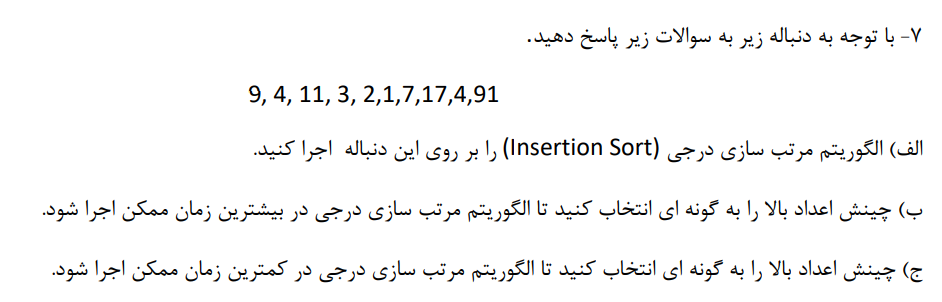
کافی‌ست ثابت کنیم این رابطه به ازای عضو اول و دوم صحیح است، سپس اثبات کنیم که اگر به ازای و صحیح باشد، به ازای نیز صحیح است. آن‌گاه می‌توان ادعا کرد که چون به ازای عضو اول و دوم صحیح است، به ازای عضو سوم نیز صحیح است. چون به ازای عضو دوم و سوم صحیح است به ازای عضو چهارم نیز صحیح است و نهایتا به ازای تمام اعضای دنباله صحیح است.











الف) از اولین عدد یعنی ۹ شروع می‌کنیم، پس از آن به ۴ می‌رسیم که چون کوچک‌تر از ۹ است، آن را به قبل از ۹ منتقل می‌کنیم.

از ۱۱ هم می‌گذریم و سپس ۳ را به قبل از ۴ منتقل می‌کنیم.

سپس ۲ را به قبل از ۳ منتقل می‌کنیم.

سپس ۱ را به قبل از ۲ منتقل می‌کنیم.

سپس ۷ را به قبل از ۹ منتقل می‌کنیم،

از ۱۷ می‌گذریم، ۴ را قبل از ۷ می‌‌گذاریم و از ۹۱ هم می‌گذریم.

ب) در تمام چینش‌هایی که هر عدد «کوچک‌ترین عدد بینِ اعدادِ سمتِ راستِ خود» یا « یکی مانده به کوچک‌ترین عدد بینِ اعدادِ سمتِ راستِ خود» باشد، این الگوریتم بیشترین زمان ممکن را می‌گیرد، برای مثال اگر اعداد را کاملا برعکس بچینیم:

ج) اگر اعداد مرتب باشند، الگوریتم تنها یک‌بار تمام اعداد را می‌پیماید و هر عدد را تنها با عدد قبلی‌اش مقایسه می‌کند، سپس تمام می‌شود که کم‌ترین زمان ممکن است.

